

LXXXII МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

17 марта 2019 года • 9 класс

Задача 1. Король вызвал двух мудрецов и объявил им задание: первый задумывает 7 различных натуральных чисел с суммой 100, тайно сообщает их королю, а второму мудрецу называет лишь четвёртое по величине из этих чисел, после чего второй должен отгадать задуманные числа. У мудрецов нет возможности сговориться. Могут ли мудрецы гарантированно справиться с заданием?

Задача 2. Найдите наименьшее натуральное число n , для которого $n^2 + 20n + 19$ делится на 2019.

Задача 3. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA' и BB' . Точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Докажите, что расстояние от точки A' до прямой BO равно расстоянию от точки B' до прямой AO .

Задача 4. Каждый отрезок с концами в вершинах правильного 100-угольника покрасили — в красный цвет, если между его концами четное число вершин, и в синий — в противном случае (в частности, все стороны 100-угольника красные). В вершинах расставили числа, сумма квадратов которых равна 1, а на отрезках — произведения чисел в концах. Затем из суммы чисел на красных отрезках вычли сумму чисел на синих. Какое наибольшее число могло получиться?

Задача 5. Биссектриса угла ABC пересекает описанную окружность ω треугольника ABC в точках B и L . Точка M — середина отрезка AC . На дуге ABC окружности ω выбрана точка E так, что $EM \parallel BL$. Прямые AB и BC пересекают прямую EL в точках P и Q соответственно. Докажите, что $PE = EQ$.

Задача 6. Есть 100 кучек по 400 камней в каждой. За ход Петя выбирает две кучки, удаляет из них по одному камню и получает за это столько очков, каков теперь модуль разности числа камней в этих двух кучках. Петя должен удалить все камни. Какое наибольшее суммарное количество очков он может при этом получить?

XVII устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов
состоится 14 апреля.

Подробности — на странице olympiads.mcsme.ru/ustn/

Задачи, решения, информация о закрытии
LXXXII Московской математической олимпиады
на сайте mcsme.ru/mmo/